隐含波动率文献综述 *

胡志浩　李　淼

〔**摘　要**〕隐含波动率作为波动率的重要子分支,在金融产品定价、风险对冲以及未来已实现波动率预测方面起着极其重要的作用。本文综述了隐含波动率的研究情况,以期扩展对期权期货市场的理解。本文首先基于市场不完备的三种解释,分为波动率随机性、价格异常值和金融市场交易费用这三个阶段对隐含波动率的研究进行综述。之后,本文就隐含波动率在风险管理和期权定价方面的应用成果进行总结。最后,本文简述隐含波动率的未来研究方向及意义。

关键词:隐含波动率　风险管理　期权定价

JEl 分类号:G11　G13　G24

一、引　言

金融研究的基础方向之一是合理调控风险和预期回报之间的关系。自 1956 年马科维茨提出均值-方差理论之后,方差成为度量风险的首选指标。但以方差代替风险,无疑会损失掉不少关于风险的信息,且方差并不能够刻画人们对待风险的态度。为了更好地表现风险和预期回报之间的关系,波动率的概念应运而生。

波动率指一个未知变量的所有可能结果的价差,金融资产的波动率衡量了标的资产投资回报率的变化程度。波动率同方差一样,可用于衡量风险,但同方差相比,前者增加了时间的维度。在金融市场中,波动率具有长记忆性、成块出现、持续性和非对称性等特征。时间序列数据具有长记忆性,通常指其自相关系数以极慢的双曲线速度进行衰减。波动率的长记忆性,简单来说就是波动率受到异常冲击后,其对以后各阶的影响时间更长,即:对波动率 r_t^2 而言,其自相关关系可以延续至之后的许多期,其对之后各期波动率的影响程度更深。持续性同长记忆性的定义类似,异常的波动率将会持续影响以后各期,时间段更长。成块出现一般指下述情形:若某交易日突然出现较大的股票价格波动,那么下一交易日的行情也会变得忽上忽下;而在无异常情况下,行情较为平稳的交易日也会成堆出现。Engle(1982)首次利用 ARCH 方法刻画波动率的自相关性以及持续性。非对称性是指波动率对预期外的利好和利空消息的反应程度并不相同,具有显著的非对称性。面对预期外的股票价格下降,波动率的调整幅度通常要大于预期外的股票价格上涨的调整幅度。

在 BS 期权定价公式推出之后,有关波动率话题的讨论就从未停止。某个指标的波动率衡量了该指标的价格变动情况,已实现波动率是利用每日收盘价格估测出的指标,其代表过去某段时间中波动率的变动情况,属于历史总结型工具。而潜在波动率是通过 BS 公式倒推出的指标,其可以用来预测未来的已实现波动率。在理性预期假设下,市场参与者可利用所有有效信息来预期未来波动率,而期权市场中的产品价格正好可代表该预期,期权价格中的潜在波动率代表产品到期前参与者的预期波动率。Hull and White(1987)指出,当波动率恒定不变时,平价期权的 BS 潜在波动率应该同未来预期已实现波动率相等。因而,可通过研究已实现波动率和隐含波动率的关系,来判断期权市场中信息效率。

*　胡志浩,中国社会科学院金融研究所,副研究员;李淼,中国社会科学院研究生院,硕士研究生。

国内外波动率的相关研究主要分为隐含波动率和已实现波动率两个方向:对隐含波动率的研究主要集中在定价和风险对冲机制的设计方面,对已实现波动率的研究则侧重于如何通过选取合适的计量方法、改进相关模型来测算未来波动率并提高未来预测值的精准度。但由于中国的场内期权市场开启时间较晚, 目前尚缺乏对波动率特别是隐含波动率文献进行全面理论综述的成果。本文力图填补这一空白,系统地梳理已有文献,厘清波动率研究的各个阶段,为今后中国波动率衍生品的理论探索提供基本线索。鉴于波动率研究中存在太多的研究方向和子话题,我们在此仅浅尝辄止地对引领性的文献进行分析综述,力图产生抛砖引玉之效。

本文内容按如下线索展开:第一部分主要对隐含波动率进行简单介绍,由微笑曲线入手,分不同的阶段解释隐含波动率文献的研究发展过程;第二部分则侧重于研究隐含波动率在包括金融市场风险管理和期权定价方面的应用;第三部分简述隐含波动率的未来研究方向,并说明继续探讨的意义。

二、隐含波动率与微笑曲线

期权的隐含波动率测度了标的物波动率的价值,同已实现波动率相比,它是通过期权定价模型代入其他参数值所倒推出的理论价值。隐含波动率的最基本应用是通过将求得的波动率代入相应期权定价公式,推出衍生品价格,以达到衍生品期权定价、风险对冲或投资组合管理的目标。

Black and Scholes(1973)的著名期权定价理论中假设任何期权的波动率都恒定不变,这一假定明显同现实不符。研究者据此展开两类不同方向的研究:第一类依据所观察到的经济现象,对定价公式进行不断修正。这其中研究较多的两种经济现象分别是微笑曲线和资本回报率的统计性质。第二类是基于金融从业人员的视角,希望通过研究相关模型、构建有效合同来复制和刻画隐含波动率的变化规律,开发相关衍生品,对其定价并销售,从而达到利用衍生品分离基础资产风险的目的。但是,随着衍生品交易量的增大,从业者们发现波动率逐渐偏离资产定价的理论值,他们希望通过模型的改进来合理预测波动率值的变动,达到对冲风险和资产组合管理的目的。

基于 Rubinstein(1985)和 Clewlow and Xu(1992),Platen and Schweizer(1998)去除了头二十份没有交易的期权报价,观察到价外期权、价内期权和汇率期权的波动率高于平价期权的波动率,随着到期日的临近,看涨和看跌波动率期权的价格受波动率现有水平的影响增大;从指数上看,隐含波动率存在负的偏度,这种现象称为隐含波动率的微笑。这说明了波动率并非恒定不变,由于表示隐含波动率和标的物行权价格之间的关系的曲线类似于微笑的形态,故称为“微笑曲线”。若同时考虑多个期权,则称之为隐含波动率曲面。

在考虑到期和冲击的影响时,固定时刻下观测到的期权价均可落在一个隐含波动率曲面上。这个曲面可以表示已实现期权价格和 BS 公式定价之间的偏离,Cont and Fonseca(2002)刻画了 S&P500 的欧式期权的隐含波动率曲面的平均性状,发现在远离到期时间时,隐含波动率曲面偏度的负向更大,且曲率更小,而价内期权显示出相对较明显的规律性。理论上来说,这可以通过一个改进的指标来刻画,但是如价内期权和定期债务等这种定期会受到冲击的资产,其隐含波动率会定期发生一个随机的变化。这使得隐含波动率的利率期限结构极为复杂。而对于微笑曲线或者隐含波动率曲面的研究,主要是寻找一个合适的期权定价模型,使其能解释隐含波动率曲面或者微笑曲线。

对微笑曲线的研究主要集中于修正期权定价公式。Merton(1976)证明标的物价格符合价格异常值和扩散的混合过程。Johnson and Shanno(1987)则说明了当股票价格随机变动时,股价瞬时波动率的通用案例。他在假设资产的价格是同随机方差完全相关的前提下,求得期权价格的微分方

程,却无法由该公式推导出期权的价格。Hull and White(1987)发现,当一股票看涨期权价格的随机波动率与股票价格不相关时,运用 BS 公式求得的价格并不精准:两平期权价格被高估,价外或价内期权价格被低估。以上文献都揭示出 BS 公式对期权定价的不足。

对期权定价公式的改进主要分为微笑曲线影响因素和微笑曲线偏度两个不同方向进行。Dupire(1994)指出,微笑曲线可能受波动率的随机性、价格异常值和金融市场中交易费用这三个因素的影响。也有研究者基于微笑曲线并非对称且普遍向一边倾斜的事实,从偏度入手研究微笑曲线性质。

基于 Dupire(1994)对市场不完备的三种解释,相关研究大致可分为三个阶段。

(一)波动率随机性

研究者认为是波动率的随机性造成了实际值同 BS 公式理论值的偏差。因而,学者们在此阶段寻找刻画隐含波动率的工具,仅在隐含波动率仅受波动率的随机性影响这一基本前提下进行分析,致力于解决如何刻画随机波动率这一问题。

Dupire(1994)给出了一个特例,解决了如何求得受随机波动率影响的微笑曲线的密度分布函数问题。他认为,如果现货价格符合一维扩散过程,那么其模型就能模拟出完备市场,可通过风险中性利率折现得到期权价格的现值,因为我们可以通过欧式期权的价格得到标的物的密度分布函数,从而推导出奇异期权的价格。虽然该文献的例子后来被证明并不是那么完美,但其思想引领了之后的一系列研究。

在 Johnson and Shanno(1987),Wiggins(1987),Hull and White(1987,1988),Stein and Stein(1991)的基础上,Heston(1993)提出了著名的 Heston 模型。其动机有如下两点:一是确保其波动率过程取值恒为正数,且有均值回归性质;二是确保模型对常规期权的微笑曲线存在解释的前提下,保证其对应的市场中各项实现均存在显示解,同时其刻画体系足以纳入奇异期权。早在 Hull and White(1987)和 Wiggins(1987)中已注意到波动率的均值回归性质。而 OU 过程是刻画此类行为的基础,但 OU 过程的缺陷在于其取值有可能为负,这不符合对于波动率恒正的直观描述。Wiggins(1987)认为波动率的对数是符合 OU 过程的,此类假设称为 Wiggins 模型。而 Hull and White(1987)对于股票价格的波动率也作出 CIR 过程的假设,但并没有将期望和方差的关系纳入考虑。

Heston(1993)的模型利用 CIR 过程分别刻画了期望和方差,并在此基础上假定期望方差对应的布朗运动存在相关性。Heath and Platen(2002)和 Davydov and Linetsky(2001)对此模型进一步拓展,将 CIR 过程中的平方根形式的随机性改为任意次数的幂函数形式,此类模型被称为 CEV 模型,即风险常弹性模型。实际上 Andersen and Andreasen(2000)和 Brigo et al.(2005)均采用此类模型。这一系列模型得以存在显示解,是因为 Carr and Madan(1999)给出了更广泛一类的期权定价的局部公式。而基于此公式,Heston 模型作为盯市定价的工具被广泛使用,Vollrath and Wendland(2009)和 Fang and Oosterlee(2008)均在此基础上做了改进。值得注意的是,虽然连续情况下的 Heston 模型其方差均为正值,但是在离散化之后,因为其期望和方差满足标准正态分布,且存在相关性,而欧拉概型中方差的正值性不能得以保证,从而考虑改变其随机冲击所应服从的概型。Koekkoek and Dijk(2008)比较了几种不同的概型选取方法的偏差,并指出全截断概型$\widetilde{V}(t)=\max\{\hat{V}(t),0\}$是偏差程度最小的概型,其中$\hat{V}(t)$为对于波动率的离散逼近。但是当$\hat{V}(t)$接近于零时,此选择依旧难以刻画波动率的变化方式,同时当时间跨度增加时,误差会大幅增加。对此 Andersen et al.(2008)提出了离散二次指数概型的刻画方法,来解决对于 Heston 模型的离散拟合和模拟中的问题。

值得注意的是,此模型仅能粗略刻画随机波动率。而后的 Bakshi et al.(1997)以及 Bates(1996),则在 Heston 模型的基础上加入了异常值的研究。

此阶段的另一重要工具为 LV 模型(Local Volatility Model)。LV 模型将波动率 σ 看做资产现有价格 S 和时间 t 的函数,即 $\sigma_t=\sigma(S_t,t)$。这起源于 Dupire(1994),他在论文中将所对应的局部波动率曲面的表现形式视为一般形式。而 Kani et al.(1997)认为局部波动率是对所有瞬时未来波动率中随机出现的不确定性来源的估计,可通过计算交易期权扩散方程的谱得到。作者通过构造同潜在波动率中指数期权相关的投资组合来对冲未来局部波动率的变化,减少波动率风险或增加某种合适的波动率风险。Berestycki et al.(2002)和 Cont and Tankov(2002)从理论上对波动率曲面进行进一步的研究,尤其是前者,将临近期限的期权的局部波动率以及价外期权的局部波动率和一个退化拟线性抛物方程对应, 使得局部波动率的拟合问题的计量视角发生改变。之后 Benhamou et al.(2010)又给出了求出局部波动率曲面的显示表示。基于前面的理论转化,并借助于 Tikhonov 正则化,Crepey(2003)对于局部波动率曲面进行了校准。而后计量学者们在此基础上发展了一系列半参工具,具体可参见 Fengler(2005), Broadie and Kaya(2006)等,Henry(2009)则使用蒙特卡洛方法对其进行研究。

上述文献皆是在 BS 理论的基础上进行的修改,且其均是基于连续的随机过程,其中并不允许跳跃和偏离等异常值的存在,下面将引入可以异常值的模型。

(二)价格异常值的引入

随着研究的深入,研究者发现潜在波动率的变动有时受随机波动率和价格异常值双重因素的影响。

不论是局部波动率曲面还是随机波动率模型,始终假设基准资产的价格是沿着一条连续的样本曲线移动的,并不允许资产价格在短时间内大幅变化。而跳跃扩散模型则可以刻画此类现象。此类论文的滥觞为 Merton(1976)。假设 $dX(t)=\mu dt+\sigma dW(t)+YdN(t)$,其中 $X(t)$为股票价格的对数,$W(t)$为布朗运动,而 $N(t)$为系数为 λ 的泊松过程,Y 表示随机跳跃的大小,且存在一个矩母函数,方便根据现实情况里选择具体的跳跃函数 Y。其文中指出,波动率除了到期时间外,还受到到期前发生的价格跳跃的次数以及跳跃的大小的影响,这使得跳跃过程存在刻画隐含波动率的微笑性质的可能性。但是一般的跳跃过程,存在着难以寻找衍生品的显示表达的问题,Broadie et al.(1999)则给出了此情况下看涨看跌的定价。Duffie and Pan(2000)将跳跃扩散过程扩大到了仿射跳跃过程,其中包括跳跃、随机波动率以及波动率的跳跃,且包括了正态和双指数过程。但是一般形式下的仿射跳跃过程难以求解,基于这个原因,Kou(2002)和 Kou and Wang(2004)继续在双指数跳跃过程下为衍生品定价做出贡献。自此研究方向从显示定价转向拟合和模拟,Broadie and Kaya(2006)则给出了相对广泛类型下的仿射跳跃过程的模拟情况,而 Cont and Voltchkova(2005)和 Lewis(2001)均是针对在仿射跳跃过程以及指数 lévy 过程的模拟进行刻画。特别的,Cont and Tankov(2002)给出了仿射跳跃过程的非参数拟合的方法。

研究者发现在近期的危机前后,波动率呈现大幅的增减趋势,这有可能是由价格的异常值或极值造成的。Todorov and Tauchen(2008)通过实证方法证明 VIX 和标的物之间存在着负向的瞬时价格变动关系,即价格的异常值会立刻引起 VIX 指数朝相反方向变动。Das and Foresi(1996)指出,若想考察收益曲线的偏度和倾度,则必须考察有跳跃的过程,而单纯只考虑随机波动率假设是不够的。为了同时刻画随机波动率和价格异常值的双重影响,研究者在模型中引入了跳跃过程,但是跳跃过程中泊松过程的假设虽然有利于计算,却限制过多,导致拟合效果不佳。从而跳跃过程的更一般形式——lévy 过程被纳入考量,研究者基于此对其进行改进。

Carr et al.(2005)在 lévy 过程的基础上对波动率衍生品进行定价。但以 Buehler(2006)和 Bergomi(2005)为代表的波动率衍生品模型却很难运用于实践之中。Bergomi 在 2005～2008 年的一系列工作论文中指出,常用模型很难模拟出标的物和未来波动率的联合动态过程,因而研究者

很难在参数选择和校准过程中选择一个合适的参数来模拟该过程。而像 Heston 或指数 lévy 模型这样的模型模拟效果亦不佳,它们很难反映出方差置换合同以及 VIX 期权的特点。尽管 Buehler(2006)和 Gatheral(2008)企图通过多因子的随机波动率模型来解决上述问题,但其模拟效果仍旧欠佳,依旧很难复制出 VIX 期权偏度的幅度大小。Bergomi(2005,2008a,2008b)提出了一种新的方法,他认为与其模拟瞬时波动率,还不如模拟离散期限中的(远期)方差置换利率。该方法是模拟 LIBOR 市场模型得到的,其效果表现要优于前者。

(三)金融市场的交易费用影响

由于国际化背景下各国交易费用不同,以及新兴市场国家交易费用结构和发达国家之间存在明显差异,学者们开始对交易费用进行相关研究,并发现潜在波动率的微笑曲线除受上述随机波动率和价格的异常值两个因素影响外,还受交易者交易费用的影响。

至今,学术界发生过两轮关于交易费用研究的热潮:一次是在 2000 年左右的国际化背景下的研究,一次是在 2007 年以后发达国家对于新兴市场加大投资力度以后的研究。这里本文主要介绍 2007 年以后的进程。

交易费用的研究方向之一是研究市场结构的变化。Stokey(2009)在模型中引入阀值,给出了在考虑交易费用的影响下,个人对于金融品的投资和此时金融品的价格。但是在模型中引入阀值后,即便是欧式期权也含有部分美式期权和奇异期权的性质,Stokey 并未对此进行修正。Alvarez et al.(2010)和 Berger and Vavra(2013)基于上文对定价公式进行了相应的修正。

交易费用的另一方向则忽略费用对市场结构的影响,关注交易费用出现后对某种要素的影响。一些文献仅在文中补充了交易费用,并讨论此费用对于对冲的影响,而不注重市场结构的变化。Lanne and Vessla(2010)侧重交易费用对于汇率的影响。上述文献都为交易费用对于定价公式的修正提供了支持。但是因为交易费用本身有着连接宏观和微观金融的作用,对它存在着较大争议,因而专门论述其与具体期权期货的波动率之间关系的论文较少,而更多的论文是从对冲和刻画金融市场复杂性的角度来进行说明。Decamps et al.(2008)是较早论述上述关系的文献。

而除了上述微笑曲线影响因素的研究外,研究者对于偏度的刻画亦有相关补足。基于微笑曲线有着明显的倾斜,一些研究者希望通过修正的正态来刻画价格,这样便于处理偏度。Antonov and Arneguy(2009)、Costeanu and Pirjol(2011)等都有贡献。而 Grunspan(2011)则试图说明二者之间的等价性,以方便后来者在定价模型中的偏度修正。

三、隐含波动率的应用

波动率主要具有两大应用:(1)期权定价;(2)进行风险管理和投资组合管理的有效工具。下面分别进行讨论。

(一)期权定价

Poon and Granger(2005)指出,BS 风险中性估值原则认为在期权定价中,波动率,而非股票回报的均值,是最重要的决定性因素。因而在期权定价中需首先预测未来波动率的变动才可预测期权价格。但是如上所述,波动率预测受波动率的随机性、价格异常值和交易费用这三点的影响,如何刻画波动率成为难题。

研究者最初希望通过参数化方法求得波动率:根据扩展改良的 BS 模型得到随机波动率, 再通过参数过程将随机波动率代入得到潜在资产的波动率,最后将波动率反代至期权定价公式中得到期权价格。但该方法所预测的短期波动率或瞬时方差必须依靠特定的参数模型,这种参数化过程使得波动率的预测很难推广开来。

研究者转而通过使用替代性非参数方法获取波动率。Neuberger(1994)创造 Log 合同这一新的工具来灵活准确地对冲波动率的变化。Log 合同的优点在于:在传统期权合同中对冲比率取决于期货波动率的水平,而 Log 合同的对冲比率只同现实波动率有关,而不受未来波动率预测值的影响。

有的模型需估测波动率风险的市场价格。为了解决该问题,Dupire(1994)提出利用正在蓬勃兴起的方差置换市场,绕开波动率的随机性,假设潜在资产瞬时波动率主要受方差置换合同中利率和合同期限的影响,而不受时间的影响,从而在静态波动率假设下模拟出期货合同瞬时波动率的随机过程。

但远期方差置换合同利率的初始水平很难直接得到,它受实践中期权市场存续期限不同和行权价不连续性的影响。为了解决上述问题,Duanmu(2004)提出在建模时选用存续期限相同的现实方差置换合同利率。Potter(2004)在假设标的物的瞬时方差应该是方差置换合同利率的仿射函数的前提下,也提出了选用存续期限相同的置换合同的想法。

(二)风险管理和投资组合管理工具

在出现 BS 期权定价模型之后,从业人员通过构造期权来对冲市场上的风险,由此引出包括 delta 值研究,以及 VIX 指标设计、实施和改进在内的一系列研究。

关于 Delta 值的研究起源于对风险对冲的需求,French et al.(1987)及 Glosten et al.(1993)发现购买期权可以对冲掉市场行情严重走低的风险,这是因为已实现波动率的增长方向和价格走低的方向是一致的。该现象的经济学解释之一是市场波动率产品的购买者愿意为对冲价格下降的风险支付溢价。Bakshi et al.(2003)研究了在股票市场中,Delta 对冲的期权组合中的波动率风险溢价是否为负和 Delta 对冲策略的利得是否非负的问题。文章以 S&P500 指数中的期权为样本,运用实证检验得出下列结论:(1)Delta 对冲策略的结果值在 0 以下,且平价期权的损失最为明显。(2)波动率越高,该策略的效果越不佳。(3)波动率的风险溢价对 Delta 对冲策略后的利得影响极大。(4)即使我们除去价格 Jump Risk 的影响,波动率仍旧严重影响着 Delta 对冲策略的利得。上述结果都表明市场波动率的风险溢价为负。

除了 Delta 的运用外,学界考虑是否可以直接对于波动率构造指数,从而直接利用包括方差置换合同、波动率置换合同、VIX 为基础的期货合同在内的各种衍生品对冲波动率风险。

1.VIX

1993 年,美国芝加哥期权交易所引入 VIX,以衡量投资者们对未来 30 天里 S&P100 中成交期权价格的市场预期。2003 年,交易所将 VIX 指数进行改良,运用 S&P500 指数替换 S&P100,并通过求得 S&P500 中包含看跌和看涨期权在内的行权价格,来估计预期波动率,以反映市场上更多信息。芝加哥交易所主要从三个重要方面对 VIX 指数进行改良,具体可参照 Carr and Lee(2010)。Whaely(1993)描述了 VIX 的历史、目的以及这些指数如何使用。Chang et al.(2011)认为 VIX 指数的大小代表了投资者对未来 30 日中到期期权系列的潜在波动率的微笑曲线的预测。VIX 期货的价格则取决于未来 30 天波动率在未来某个特定时间点上预期价格的现值。一般来讲,VIX 期货价格的波动率要低于 VIX 指数的波动率,以反映 VIX 均值回归的特征。

VIX 处于不断的构建和修正过程中。为了对冲波动率的风险,在 1980 年前后研究者开始设计波动率指标:Gastineau(1977)和 Galai(1979)的设计思路近似于股票指标,而 Brenner and Galai(1993)则是基于已实现波动率指标和基于这些指标的期权期货合同来设计一个波动率指标,类似的 Fleming et al.(1993)提出了隐含波动率指标(VIX)。而后伦敦也在 1997 年上市类似指标 OMLX。Nebuerger(1990)指出,在上面提及的 Log 合同中,对于 delta 的对冲误差接近于已实现波动率和 delta 对冲的固定波动率之差。Dupire(1993)独立给出了两个类似的设计,它也是 1993 年 CBOX 的

设计来源。Demeterfi et al.(1999)和 Britten-Jones and Neuberger(2000)使用一段时间内资产既有方差的累积来测算隐含波动率,并且说明其可以被良性地通过一个静态资产组合表示,但模型存在一些限制。Oleg(2014)在延续 Andersen and Bondrenko(2007,2010)研究的基础上,对此进行了一些修正,从而可以在减弱约束的情况下,通过资产组合的形式良好地复制方差和波动率,并在范围中包含了协方差和限制方差类型的风险合同。

2.方差置换合同

方差置换合同也是波动率的研究重点。方差置换合同是在市场无摩擦且价格过程为连续而非离散的前提下对 T 期到期的 Log 合同的复制。同方差置换合同相比,运用复制策略来得到波动率置换合同却要难上很多。理论上,如果投资者可以观察到瞬时波动率的动态过程并将其视作一维扩散过程,那么我们就可通过交易潜在股票和期权的方法复制出波动率衍生品。但是在实践中由于无法获得期权价格的横截面图,或者无法对样本外的误差进行定价,而很难得到波动率置换。Carr and Lee(2010)在不考虑瞬时波动率的动态过程的前提下,提供了获得复制已实现波动率衍生品的策略。

四、研究前景与意义

2015 年 2 月 9 日,ETF 期权在上海证券交易所上市,开启了国内衍生品市场的场内期权时代。随着衍生品市场特别是期权市场的发展,国内市场对于波动率尤其是隐含波动率的相关研究必然有所增多。由于国内的期权市场规模较小,场内期权市场起步较晚且产品单一,国内文献的研究重点主要集中于已实现波动率方面,缺乏隐含波动率的理论与实证研究。国内学者们通过分别研究股票市场、外汇市场和期货市场中已实现波动率的特征和预测方法,力求选取合理的计量来预测未来波动率的变动。本文旨在着重从脉络上梳理隐含波动率"微笑曲线"和市场应用方面的相关国外文献,并辅以已实现波动率的效果评测,以期在现行波动率研究基础上,帮助研究者们在未来中国衍生品设计和应用方面有所成就。

研究方向上,除去已在研究的风险对冲问题及计量方法改进问题外,本文主要提出四个在进行中的研究方向——交易费用和隐含波动率、Libor 和隐含波动率、汇率的隐含波动率以波动率的期限结构的研究。

(1)受金融危机和全球化的影响,即使是较为微观的波动率研究也和一些较为宏观的问题挂钩,其中间工具就是交易费用。Domowitz et al.(2000)的研究指出流动性、波动率和交易费用之间的关系,但是他们主要侧重于刻画宏观金融情况以及市场结构的变化。Sun(2009)则将视角转向了微观市场结构。Danilova and Julliard(2014)利用波动率和交易费用来共同刻画微观金融市场结构的变化,并将波动率与正处于热潮中的信息理论相结合,他们的研究代表了近几年经济类文献的新兴趋势。Fulop and Lescourret(2009)回归到波动率本身的问题上,从实证角度考察了波动率变化和交易费用的关系,Nguyen and Pergamenchtchikov(2012)和 Caflisch et al.(2014)正是交易费用文献的典型代表。

(2)研究 Libor 和潜在波动率的研究意义在于可以将社保问题和波动率问题进行统合,此类文献数目较多。Kokholm(2009)或许可以作为该类方向的入手点。

(3)汇率的隐含波动率,因为其影响因素较多,且同时受到宏微观影响,导致了其局部波动率曲面的刻画一直是隐含波动率刻画中较为困难的问题。考量到在宏观上汇率的第三国效益在近年有长足进展,而微观上 Lévy 过程和跳跃过程,以及跨国投资中的对冲定价等一系列研究在近几年均有长足进展,作为其对应学科,其发展前景较为良好。

(4)OU 过程的相关研究。OU 过程因为其有均值回归性质,一直是用来刻画随机波动率的基础工具,随着对 OU 过程定义的改进和扩展,使得其足以兼容跳跃过程。这使得同时研究资本回报、期限结构以及波动性的微笑曲线性质于一体变成可能,可以参考 Barndorff-Nielsen(2013a,2013b)以及 Muhle-Karbe et al.(2012)。

参考文献

Alvarez, F., L. Francesco and L. Paciello (2010): "Optimal Price Seeting with Observation and Menu Costs", NBER Working Papers, No.15852.

Andersen, L. and J. Andreasen (2000): "Jump-diffusion Processes: Volatility Smile Fitting and Numerical Methods for Option Pricing", *Review of Derivatives Research*, 4, 231-262.

Andersen, T. and O. Bondarenko (2007): "Construction and Interpretation of Model-free Implied Volatility", NBER Working Paper No. 13449.

Andersen, T. and O. Bondarenko (2010): "Dissecting the Pricing of Equity Index Volatility", Unpublished Manuscript, Northwestern University and University of Illinois at Chicago.

Andersen, T., D. Dobrev and E. Schaumburg (2008): "Duration Based Volatility Estimation", Manuscript, Northwestern University.

Antonov, A. and M. Arneguy (2009): "Analytical Formulas for Pricing CMS Products in the Libor Market Model with Stochastic Volatility", Numerix Software Ltd.

Bakshi, G, N. Kapadia and D. Madan (2003): "Stock Return Charateristics, Skew Laws and the Diffrential Pricing of Individual Equity Options", *Review of Financial Studies*, 16, 101-143.

Bakshi, G., C. Cao and Z. Chen (1997): "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models", *Journal of Finance*, 52, 2003-2049.

Barndorff-Nielsen, O., P. Hansen, A. Lunde and N. Shephard (2008): "Designing Realised Kernels to Measure the Ex-post Variation of Equity Prices in the Presence of Noise", *Econometrica*, 76, 1481 - 1536.

Bates, D. (1996): "Jumps and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Deutsche Mark Options", *Review of Financial Studies*, 9, 69-107.

Benhamou, E., E. Gobet and M. Miri (2010): "Expansion Formulas for European Options in a Local Volatility Model", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 13, 603-634.

Berestycki, H., J. Busca and I. Florent (2002): "Asymptotics and Calibration of Local Volatility Models", *Quantitative Finance*, 2, 61-69.

Berger, D. and S. Vavra (2013): "Volatility and Pass-through", NBER Working Papers, No.19651.

Bergomi, L. (2004): "Smile Dynamics", *Risk*, 17, 117-123.

Bergomi, L. (2005): Smile Dynamics II", *Risk*, 18, 67-73.

Bergomi, L. (2008a): "Dynamic Properties of Smile Models", In Cont, R., *Frontiers in Quantitative Finance: Volatility and Credit Risk Modeling*, Wiley.

Bergomi, L. (2008b): "Smile Dynamics III", *Risk*, 21, 90-96.

Black, F. and M. Scholes (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, 81, 637-654.

Brenner, M. and D. Galai (1993): "Hedging Volatility in Foreign Currencies", *Journal of Derivatives*, 1, 53-59.

Brigo, D., F. Mercurio and M. Morini (2005): "The LIBOR Model Dynamics: Approximations, Calibration and Diagnostics", *European Journal of Operational Research*, 163, 30-51.

Britten-Jones, M. and A. Neuberger (2000): "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility", *Journal of Finance*, 55, 839-866.

Broadie, M. and Ö. Kaya (2006): "Exact Simulation of Stochastic Volatility and other Affine Jump Diffusion Processes", *Operations Research*, 54, 217-231.

Broadie, M., P. Glasserman and S. Kou (1999): "Connecting Discrete and Continuous Path-dependent Options", *Finance and Stochastics*, 3, 55-82.

Buehler, H. (2006): "Consistent Variance Curve Models", *Finance and Stochastics*, 10, 178-203.

Caflisch, R., G. Gambino, M. Sammartino and C. Sgarra (2014): "European Option Pricing with Transaction Costs and Stochastic Volatility: An Asymptotic Analysis", *IMA Journal of Applied Mathematics*, 80, 1299-1304.

Carr, P, H. Geman, D. Madan and M. Yor (2005): "Pricing Options on Realized Variance", *Finance & Stochastics*, 9, 453-475.

Carr, P. and D. Madan (1999): "Option Valuation Using the Fast Fourier Transform", *Journal of Computational Finance*, 2, 61-73.

Carr, P. and R. Lee (2010): "Hedging Variance Options on Continuous Semimartingales", *Finance & Stochastics*, 14, 179-207.

Chang, C., J. Jiménez-Martín, M. McAleer and T. Pérez-Amaral (2011): "Risk Management of Risk under the Basel Accord: Forecasting Value-at-risk of VIX Futures", *Managerial Finance*, 37, 1-31.

Clewlow, L. and X. Xu (1992): "A Review of Option Pricing with Stochastic Volatility", FORC, Preprint, 92, 35.

Cont, R. and E. Voltchkova (2005): "A Finite Difference Scheme for Option Pricing in Jump Diffusion and Exponential Lévy Models", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 43, 1596-1626.

Cont, R. and J. Fonseca (2002): "Dynamics of Implied Volatility Surfaces", *Quantitative Finance*, 2, 45-60.

Cont, R. and P. Tankov (2002): "Calibration of Jump-diffusion Option Pricing Models: a Robust Non-parametric Approach", Rapport Interne CMAP Working Paper, No. 490.

Costeanu, V. and P. Dan (2011): "Asymptotic Expansion for the Normal Implied Volatility", J. P. Morgan, New York.

Crepey, S. (2003): "Calibration of the Local Volatility in a Generalized Black--Scholes Model Using Tikhonov Regularization", *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 34, 1183-1206.

Danilova, A. and C. Julliard (2014): "Information Asymmetries, Volatility, Liquidity, and the Tobin Tax", SRC Discussion Paper, No 24. Systemic Risk Centre, The London School of Economics and Political Science.

Das, S. and S. Foresi (1996): "Exact Solutions for Bond and Option Prices with Systematic Jump Risk", *Review of Derivatives Research*, 1, 7-24.

Davydov, D. and V. Linetsky (2001): "Pricing and Hedging Path-dependent Options under the CEV Process", *Management Science*, 47, 949-965.

Décamps, J. and S. Villeneuve (2005): "Optimal Dividend Policy and Growth Option", IDEI Working Papers 369, Institut d'Économie Industrielle (IDEI).

Décamps, J., T. Mariotti, J. Rochet and S. Villeneuve (2008): "Free Cash-flow, Issuance Costs and Stock Price Volatility", IDEI Working Papers 518, Institut d'Économie Industrielle (IDEI).

Demeterfi, K., E. Derman, M. Kamal and J. Zhou (1999): "A Guide to Volatility and Variance Swaps", *Journal of Derivatives*, 6, 9-32.

Domowitz, I., G. Jack and A. Madhavan (2000): "Liquidity, Volatility, and Equity Trading Costs Across Countries and Over Time", William Davidson Institute Working Papers Series 322.

Duanmu, Z. (2004): *Rational Pricing of Options on Realized Volatility—The Black Scholes Way*, Merrill.

Duffie, D. and J. Pan (2000): "Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-Diffusions", *Econometrica*, 68, 1343-1376.

Dupire, B. (1994): "Pricing with a Smile", *Risk*, 7, 18-20.

Dupire, B. (1997): "Pricing and Hedging with Smile", in Dempster, M. and S. Pliska, *Mathematics of Derivative Securities*, Cambridge University Press.

Engle, R. (1982): "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.

Fang, F. and C. Oosterlee (2008): "A Novel Pricing Method for European Options Based on Fourier-cosine Series Expansions", *SIAM Journal on Scientific Computing*, 31, 826-848.

Fengler, M. (2005): *Semiparametric Modeling of Implied Volatility*, Springer.

Fleming, J., B. Ostdiek and R. Whaley (1993): "The Integration of Stock, Futures and Option Markets: Evidence from the Index Derivatives," Working Paper, Futures and Options Research Centre, Fuqua School of Business, Duke University.

French, K, W. Schwert and R. Stambaugh (1987): "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, 3-29.

Fulop, A. and L. Lescourret (2009): "Intra-daily Variations in Volatility and Transaction Costs in the Credit Default Swap Market", Working Paper, SSRN 1509323.

Galai, D. (1979): "A Proposal for Indexes for Traded Call Options", *Journal of Finance*, 34, 1157-1172

Gastineau, G. (1977): "An Index of Listed Option Premiums", *Financial Analyst's Journal*, 33, 70-75.

Gatheral, J. (2008): "July, Consistent Modeling of SPX and VIX Options", In Bachelier Congress.

Geske, R. (1979): "The Valuation of Compound Options", *Journal of Financial Economics*, 7, 63-81.

Glosten, L., R. Jagannathan and D. Runkle (1993): "On the Relation between the Expected Valuation and the Volatility of the Nominal Eecess Returns on Stock", *Journal of Finance*, 48. 1779-1801.

Grunspan, C. (2011): "A Note on the Equivalence between the Normal and the Lognormal Implied?Volatility: A Model Free Approach", ESILV, Department of Financial Engineering.

Gunspan C. (2011): "A Note on the Equivalence between the Normal and the Lognormal Implied Volatility: A Model Free Approach", Available at SSRN 1894652.

Heath, D. and E. Platen (2002): "Consistent Pricing and Hedging for a Modified Constant Elasticity of Variance Model", *Quantitative Finance*, 2, 459–467.

Henry–Labordere, P. (2009): "Calibration of Local Stochastic Volatility Models to Market Smiles: A Monte–Carlo Approach", Risk Magazine, September.

Heston, S. (1993): "A Closed–form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options", *Review of Financial Studies*, 6, 327–343.

Hull, J, and A. White (1987): "The Pricing of Options with Stochastic Volatility", *J. Finance*, 42, 281–300.

Hull, J. and A. White (1988): "An Analysis of the Bias in Option Pricing Caused by a Stochastic Volatility", *Advances in Futures and Options Research*, 3, 29–61.

Johnson, H. and D. Shanno (1987): "Option Pricing When the Variance is Changing", *Journal of Financial and Quantative Analysis*, 22, 143–151.

Kani, I., E. Derman and M. Kamal (1997): "Trading and Hedging Local Volatility", *J. Financ. Eng*, 6, 233–268.

Kokholm, T. (2009): "Pricing of Traffic Light Options and other Hybrid Products", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 12, 687–707.

Kou, S. (2002): "A Jump–diffusion Model for Option Pricing", *Management Science*, 48, 1086–1101.

Kou, S. and H. Wang (2004): "Option Pricing under a Double Exponential Jump Diffusion Model", *Management Science*, 50, 1178–1192.

Lanne, M and T. Vesala (2010): "The Effect of a Transaction Tax on Exchange Rate Volatility", *International Journal of Finance & Economics*, 15, 123–133.

Lewis, A. (2001): "A Simple Option Formula for General Jump–diffusion and other Exponential Lévy Processes", Available at SSRN 282110.

Lord, R., R. Koekkoek and van D. Dijk (2008): "A Comparison of Biased Simulation Schemes for Stochastic Volatility Models", Tinbergen Institute Discussion Paper No. 06–046/4.

Merton, R. (1976): "Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, 3, 125–144.

Muhle–Karbe, J., O. Pfaffel and R. Stelzer (2012): "Option Pricing in Multivariate Stochastic Volatility Models of OU Type", *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 3, 66–94

Neuberger, A. (1994): "The Log Contract", *Journal of Portfolio Management*, 20, 74–80.

Nguyen, B. and S. Pergamenshchikov (2012): "Sequential Delta–optimal Consumption and Investment for Stochastic Volatility Markets with Unknown Parameters", Papers 1210.5111, arXiv.org, revised May 2015.

Oleg, B. (2014): "Variance Trading and Market Price of Variance Risk", *Journal of Econometric*, 180, 81–97.

Platen, E. and M. Schweizer (1998): "On Feedback Effects from Hedging Derivatives", *Mathematical Finance*, 8, 67–84.

Poon, S. and G. Clive (2005): "Practical Issues in Forecasting Volatility", *Financial Analysis Journal*, 61, CFA Institute.

Potter, C. (2004): "Complete Stochastic Volatility Models with Variance Swaps", Oxford University Working Paper.

Rubinstein, M. (1985): "Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using all Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978", *Journal of Finance*, 40, 455–480.

Stein, E. and C. Stein (1991): "Stock Price Distributions with Stochastic Volatility: An Analytical Approach", *Review of Financial Studies*, 4, 727–752.

Stokey, N. (2009): *The Economics of Inaction: Stochastic Control Models with Fixed Costs*, Princeton University Press.

Sun, M. (2009): "Transaction Cost, Holding Period and Return Volatility: an Investigation of the Stock Market Microstructure on the Chinese Stock Market", Ph.D. Thesis, University of Birmingham.

Todorov, V. and G. Tauchen (2008): "Volatility Jumps", Working Paper, Duke University.

Vollrath, I. and J. Wendland (2009): "Calibration of Interest Rate and Option Models Using Differential Evolution", Available at SSRN 1367502.

Whaley, R. (1993): "Derivatives on Market Volatility: Hedging Tools long Overdue", *Journal of Derivatives*, 1, 71–84.

Wiggins, J. (1987): "Option Values under Stochastic Volatility: Theory and Empirical Estimates", *Journal of Financial Economics*, 19, 351–372.

（责任编辑：马　辰）